Acta Universitaria
DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

Simulación y Control de una Suspensión Semiactiva: Caso de una Bicicleta para Descenso

Luz Antonio Aguilera-Cortés, Rafael Jáuregui-de la Mota*, Max Antonio González-Palacios*, Miguel Torres-Cisneros*, J. Jesús Cervantes-Sánchez*, Emilio J. González-Galván** y A. Leobardo Herrera-May***.*

RESUMEN

Se presenta la simulación y control de un sistema ciclista-bicicleta-pista en competencia de descenso usando ADAMS© y Matlab©. El comportamiento dinámico de la suspensión de una bicicleta fue analizado a través de un novedoso algoritmo de control desarrollado, que denominamos MTB, para un modelo de suspensión semiactiva. Sin embargo, el algoritmo de control no es la única contribución original de este trabajo. A pesar de que el modelo semiactivo ha sido ampliamente estudiado, un modelo que incluya a la bicicleta, al ciclista y a la pista, de manera simultánea, no ha sido considerado a la fecha. Se simulan las acciones de control que el ciclista debe realizar sobre una trayectoria específica en este tipo de competencia. Algunos de los datos usados en los modelos desarrollados se tomaron de la literatura y otros fueron obtenidos a través de mediciones directas. Se ha incluido una simulación usando el conocido modelo *Skyhook* para suspensiones semiactivas con el propósito de comparar a nuestro novedoso algoritmo, MTB.

ABSTRACT

In this paper, we have used commercial software ADAMS© and Matlab© to simulate a rider-bike-track in a downhill race. The bike suspension dynamic behavior was analyzed by developing a novel control algorithm denominated MTB for a semi-active suspension model. Nevertheless, the control algorithm is not the only original contribution of this work. Even though the semi-active model has been used in previous projects, to the best of our knowledge they have not included bike, rider and track as variables in the system. We have simulated the control actions the rider has to develop in a race with a specific track, feeding the model with some data from literature and others were obtained by direct measures. We have also included a simulation using the most referenced control algorithm, *Skyhook*, for semi-active suspension. This was done with the purpose of comparing this algorithm with the performance of our MTB algorithm.

Recibido: 17 de Mayo de 2007
Aceptado: 29 de Octubre de 2007

INTRODUCCIÓN

Las bicicletas de montaña son diseñadas para terrenos con gran cantidad de obstáculos e irregularidades en el camino y por esta razón existe una gran tendencia a utilizar en este tipo de bicicletas una doble suspensión. Una suspensión para bicicletas XC (*cross country*) tiene un recorrido de 0,05 a 0,08 m en ambos ejes, Foes Racing (2003). Este trabajo se enfoca a una bicicleta tipo *downhill (DH)*, que es un tipo de competición en el ciclismo de montaña en donde las bicicletas son diseñadas únicamente para el descenso. En esta modalidad, las suspensiones pueden llegar a tener de 0,2 a 0,25 m en el recorrido de las dos suspensiones delantera y trasera, Foes Racing (2003). En cuanto al estudio de modelos de suspensiones Salman y Boustany (1990) aplicaron un algoritmo de control activo para mostrar estrategias de control a un modelo simple de la suspensión de un vehículo, aunque no consideraron el contacto entre llanta y suelo. También en otros trabajos, Ahmadian *et al.*, (2000) y Song (2003) emplearon diferentes algoritmos de control para modelos con un sólo grado de libertad. Breese y Gordaninejad (2003) diseñaron y probaron en laboratorio, amortiguadores semiactivos que utilizan fluidos

Palabras clave:
Bicicleta de descenso; Suspensión semiactiva; *Skyhook;* Simulación dinámica.

Keywords:
Downhill (DH); Semiactive suspension; Skyhook; Dynamic simulation.

* FIMEE Campus Salamanca de la Universidad de Guanajuato. Carretera Salamanca-Valle de Santiago km 3.5+1.8 km. Tel./Fax: +52 (464) 647 99 40 / (2311). Correos electrónicos: aguilera@salamanca.ugto.mx y rafael.jauregui@ge.ae.com.
** Centro de Investigación y Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UASLP. Av. Dr. Manuel Nava 8, Zona Universitaria, 78290 San Luis Potosí, SLP, México.
*** Centro de Investigación en Micro y Nanotecnología de la Universidad Veracruzana. Calzada Ruíz Cortínez S/N, C.P 94294,Tel (229) 921 87 55, Boca del Río, Ver. México.

magneto-reológicos en suspensiones de bicicleta tipo DH. Sin embargo, el estudio sobre las bicicletas no se limita únicamente al análisis del desempeño de su suspensión, ya que existen trabajos que describen la dinámica de la bicicleta, que incluyen estudios sobre la estabilidad y que consideran las características y/o capacidades físicas de los usuarios. En este tenor, Hand (1988) proporciona información detallada acerca de la mecánica de la bicicleta y muestra además un estudio de la estabilidad, usando ecuaciones de movimiento linealizadas. Una teoría muy difundida establece que la estabilidad depende de las fuerzas giroscópicas que se ejercen sobre la rueda delantera, Suhr y Reiss (1990). Posteriormente, Yavin (1999) analizó la estabilidad de una bicicleta autónoma a través del uso de un rotor para el momento de inclinación. La posibilidad de usar un novedoso diseño como estabilizador de la bicicleta, el cual mejoraría el control para niños y adultos, lo reportan Muhich *et al.*, (2004). En un estudio muy reciente y completo, Åström *et al.*, (2005) analizan la dinámica de la bicicleta desde la perspectiva del control (autoestabilización, problemas de viraje, comportamiento de la dinámica del sistema, etc.), a través de diferentes modelos que incluyen situaciones para personas con discapacidades.

Sin embargo, a nuestro mejor entender, no existen trabajos previos que analicen en forma conjunta, el modelo de una bicicleta-ciclista-pista en su movimiento de descenso en una competencia tipo *DH*, aunque hay reportes, como los mencionados anteriormente, acerca del estudio de la estabilidad de la bicicleta los cuáles describen los parámetros mas importantes que afectan el control de la misma.

El propósito de esta investigación es desarrollar un modelo capaz de modelar al ciclista y la bicicleta durante su recorrido de descenso, sobre una trayectoria específica en competencia tipo *DH*. Con este modelo se presenta una descripción del funcionamiento de la suspensión estudiada.

Adicionalmente se presenta el desarrollo de un nuevo algoritmo de control para una suspensión semiactiva aplicado a la bicicleta DH. Esto nos permitirá comparar el funcionamiento de una bicicleta con suspensión pasiva, contra una que tenga suspensión semiactiva, así como el desempeño del algoritmo propuesto con respecto al *Skyhook* ideado por Karnopp y Crospy (1974).

MÉTODOS

Desarrollo del modelo en ADAMS®

El modelo de la bicicleta usada en el análisis y que está diseñada específicamente para competencia DH es FOES-DH MONO® Foes Racing (2003), la cual se muestra en la figura 1. Entre sus características más relevantes está el recorrido de 0,254 m en la suspensión trasera y de 0,203 m para la parte delantera.

Con el uso de elementos sólidos el modelo fue creado en AutoCAD®, este paquete se usó para facilitar la construcción del modelo y luego exportarlo al programa ADAMS©, aquí las dimensiones fueron medidas directamente sobre la bicicleta. El modelo del ciclista fue creado para una persona de 1,70 m de estatura. Finalmente, el modelo desarrollado para el sistema bicicleta-ciclista se muestra en la figura 2. Diecisiete piezas móviles se usaron en el modelo del ciclista y se tomó como base, tanto para el modelo del ciclista como para sus propiedades antropométricas, lo reportado por Martínez *et al.*, (2002). Las propiedades de

Figura 1. FOES-DH MONO®, Foes Racing (1990).

Figura 2. Modelo del ciclista-bicicleta en AutoCAD®.

masa de estos cuerpos y las restricciones cinemáticas se presentan a detalle en Jáuregui (2005). Las principales herramientas utilizadas en esta investigación de simulación y control fueron el ADAMS©, en donde se realizaron todos los análisis dinámicos y Matlab©, donde se

llevó a cabo el control y además fue necesario desarrollar una interfase entre ambos paquetes comerciales.

Se requieren un número considerable de fuerzas y constantes elásticas para simular el sistema real, sin embargo, en este estudio se consideraron como relevantes las fuerzas que se ejercen sobre la bicicleta, las fuerzas sobre el ciclista y las fuerzas del piso. En esta investigación, las deformaciones y las acciones musculares (como fuerzas aplicadas sobre los tendones) del cuerpo del ciclista no fueron consideradas, sólo se consideraron las propiedades inerciales bajo el enfoque de cuerpo rígido y/o de cuerpos rígidos interconectados por elementos elásticos. A continuación se da una descripción de los parámetros más importantes usados en la simulación del sistema bicicleta-ciclista-pista.

Fuerzas en la Bicicleta

Sobre la bicicleta existen dos tipos principales de fuerzas: 1) Las fuerzas sobre la suspensión y 2) El contacto de las llantas sobre el piso. Los valores de rigidez y la precarga, tanto para la suspensión delantera como trasera se midieron directamente sobre la bicicleta, usando un dinamómetro digital con un rango de 0 a 1000 N y un vernier milimétrico en una serie de pruebas. Por otro lado, los valores del coeficiente de amortiguamiento fueron tomados de lo reportado por Wang (1999). Estos valores se muestran en la tabla 1.

Tabla 1.
Datos de la suspensión.

Suspensión	*k* (N/mm)	Precarga (N)	c (N*s/m)
Delantera	6,74	0	186
Trasera	47,358	1000	1103

En el modelo de las llantas se usó un modelo de fuerza de contacto bidimensional para el contacto entre éstas y el piso, Jáuregui (2005). De esta forma puede simularse la deformación real de la llanta. El modelo usado para la simulación de la llanta se presenta en la figura 3. Los valores de rigidez y amortiguamiento se calcularon tomando ventaja de lo reportado por Breese y Gordaninejad (2003) y Wong (1993). Los parámetros elásticos se muestran en la tabla 2.

Tabla 2.
Valores de *k* y *c* de la llanta.

Llanta	Rigidez	Coeficiente de Amortiguamiento
	(N/m)	(N*s/m)
26x2,8”	37456	454,4

Para modelar el contacto entre la llanta y el piso se usó una fuerza de fricción con coeficiente de 0,68 y 0,65 para los casos estático y dinámico respectivamente, Wong (1993). En la suspensión se usó una fuerza para limitar el recorrido de la misma y evitar que sobrepase su rango de trabajo.

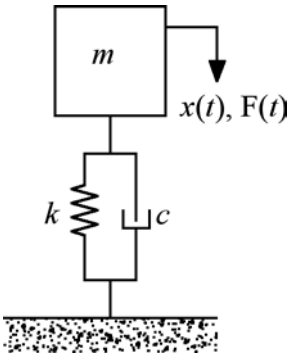

Figura 3. Modelo esquemático para simular los neumáticos.

Fuerzas en el Cuerpo Humano

Conforme una persona montada sobre la bicicleta desciende sobre una pendiente, sus uniones permanecen flexibles para absorber las vibraciones que se generan sobre el sistema bicicleta-ciclista. Las partes del cuerpo que presentan mayores deformaciones son los codos y las rodillas. Con base a lo anterior, en esta investigación se propuso modelar a través de un sistema resorte-amortiguador torsional, tanto a las rodillas como a los codos. La figura 4 muestra un diagrama esquemático del modelo propuesto.

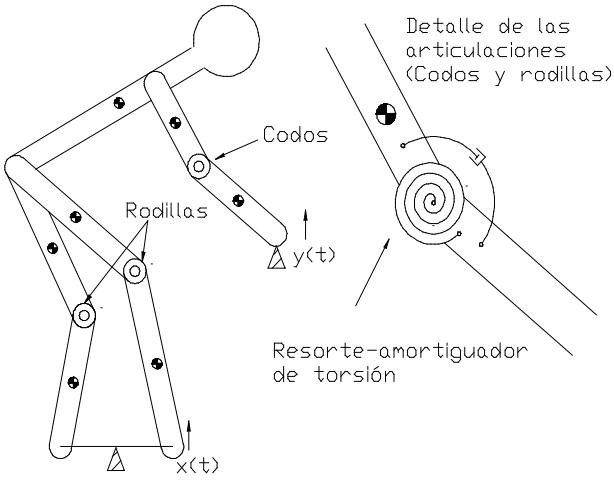

Figura 4. Modelo esquemático del cuerpo del ciclista.

Las propiedades elásticas del cuerpo humano se tomaron de Wang (1999), en donde éste es modelado en una forma similar a la propuesta en la figura 4. En este trabajo, el resorte y amortiguador se supone que se mueven a lo largo de una línea recta, como muestra el esquema de la figura 3. Posteriormente se determinaron los valores apropiados para la rigidez *k* y el amortiguamiento *c* de tal manera que, el modelo que se presenta en la figura 4, trabajara en forma similar al propuesto por Wang (1999). Las rodillas y codos ejercen también una fuerza en su posición balanceada para resistir el efecto de la gravedad. Estos valores se calcularon directamente en ADAMS® para el caso de equilibrio estático. Los valores usados en las uniones se muestran en la tabla 3.

Tabla 3.
Constantes elásticas de codos y rodillas.

	k	***c***	**Precarga**
	N*m/rad	**N*m*s/rad**	**N*m/rad**
Rodilla I	273,5	5,47	1631,7838
Rodilla D	273,5	5,47	-1767,0018
Codo R	117,5	9,58	4033,0499
Codo I	117,5	9,58	1628,5351

La desventaja del modelo propuesto por Wang (1999), radican en que no es capaz de simular los movimientos que realiza el ciclista de forma deliberada como sentarse y girar el manubrio. Sin embargo, durante una competencia *DH* el ciclista intenta mantener la misma posición, parándose sobre los pedales y manteniendo un poco flexionados codos y rodillas, para absorber mejor las vibraciones de la bicicleta. El modelo que se propone cubre estas deficiencias y además mejora notablemente la simulación dinámica del sistema bicicleta-ciclista en su movimiento en competencia *DH*.

Fuerza en el piso

Esta clase de fuerzas depende principalmente de las irregularidades del camino y de la velocidad de la bicicleta. Las mediciones para la pista usada en la simulación se tomaron de una pista de competencia real. Una pista de 650 m fue usada para simular numéricamente una competencia real. Los datos empleados corresponden a mediciones realizadas a una pista localizada en el estado de Colima, México, en la cual se incluyeron todos los obstáculos e irregularidades típicas de este tipo de pista. La figura 5 muestra un diagrama esquemático de la pista usada en la simulación.

Existen tres tipos de terrenos en la trayectoria del recorrido: 1) Una bajada suave (lenta), 2) Pendiente pronunciada (rápida) y 3) Terreno con piedras (rápido).

Las bajadas lentas son siempre muy angostas (0,3 m-0,4 m) e inclinadas. En este tipo de bajada, la velocidad que alcanza el ciclista no sobrepasa los 20 km/h.

Las bajadas rápidas son caminos de terracería para automóviles, en este tipo de caminos el ciclista puede llegar a alcanzar velocidades de hasta 60 km/h. No existen tantos obstáculos comparado con las bajadas lentas. Sin embargo, la vibración es mucho más intensa lo cual provoca mayor fatiga al ciclista.

Para representar las características de la pista en la computadora, se realizaron diversas mediciones directamente sobre terrenos rápidos, lentos y algu-

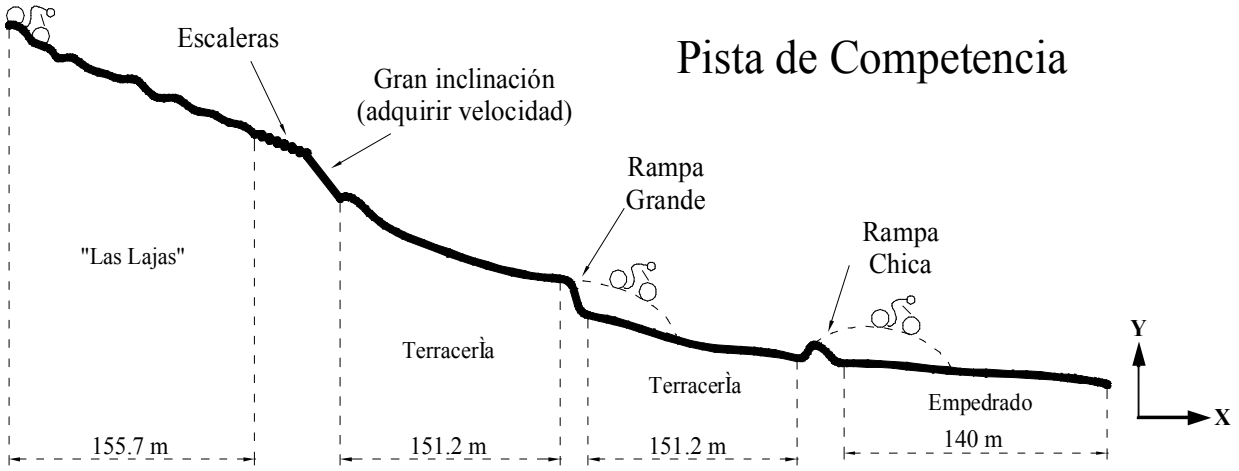

Figura 5. Representación de la pista de competencia.

nos obstáculos, seleccionados sobre una pista de competencia real. Las coordenadas (*x*, *y*) de la superficie del camino representan la distancia horizontal al origen (inicio de medición) *x*, mientras que la coordenada y es la distancia vertical. La pista no se midió en su totalidad ya que sería impráctico, sin embargo, se cuidó que en las mediciones realizadas se incluyeran las características más relevantes de este tipo de pistas. En bajadas lentas, las mediciones se hicieron cada 0,3 m o menos. En el caso de bajadas rápidas y empedrados, las mediciones se hicieron cada 0,1 m y 0,05 m respectivamente. La tabla 4 muestra una comparación entre estos dos tipos de caminos.

Tabla 4.
Datos en trayectoria de descenso.

	1) Rápida	2) Lenta
Velocidad	25-60 km/h	3-25 km/h
Frecuencia	100-1200 Hertz	0-200 Hertz
Amplitud	7 cm	50 cm
Pendiente	5% - 25%	10% - 40%

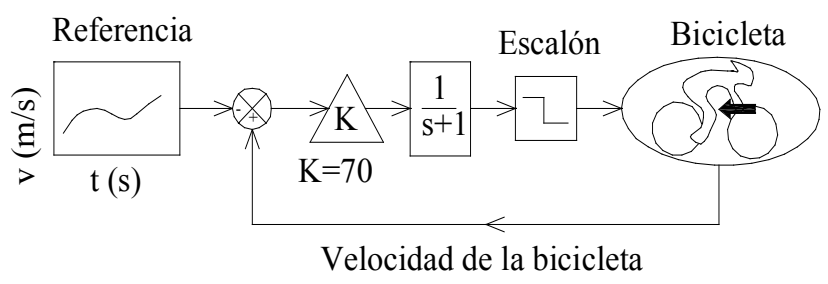

Figura 6. Diagrama de Control de Velocidad.

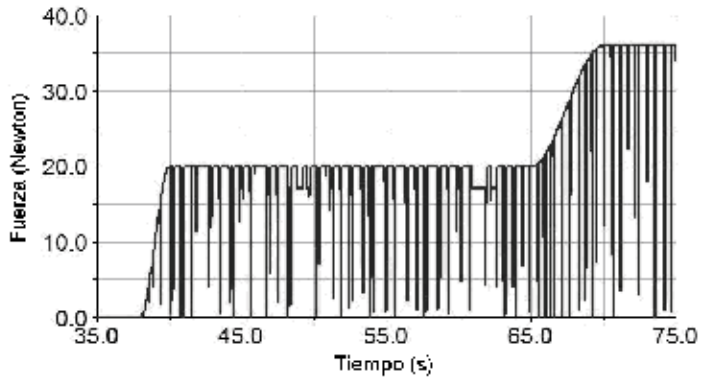

Figura 7. Fuerza de pedaleo.

La pista incluye algunos obstáculos como rampas y escalones. Con las mediciones se generó una polilínea en AutoCAD® que representa a la pista de competencia. Una descripción mas detallada de la generación de la pista para la simulación la presenta Jáuregui (2005). El modelo propuesto se limita al caso bidimensional y no considera las variaciones en las propiedades mecánicas del suelo a lo largo de la trayectoria. No obstante, el comportamiento de la suspensión depende principalmente de la altura de los obstáculos y no tanto sobre los factores señalados.

Es imposible bajar todo el trayecto a la misma velocidad, debido a que el camino tiene obstáculos que deben ser afrontados lenta o rápidamente según sea el caso. Por esta razón se diseñó un sistema de control que limita la velocidad, figura 6, y así, en la simulación, siempre se tiene control sobre la bicicleta.

Fuerzas inducidas por el pedaleo

El objetivo de esta simulación no es representar el pedaleo de los ciclistas, sino el funcionamiento de las suspensiones. Por esta razón se simplificó la acción del pedaleo a una simple fuerza aplicada al eje de la rueda trasera. Esta fuerza sólo actúa en las siguientes condiciones: 1) Cuando se viaja en los tramos de alta velocidad y 2) En los momentos que la llanta trasera hace contacto con el suelo. En la figura 7 se muestra la variación de esta fuerza.

La potencia promedio de la fuerza impulsiva es de 200 W, que es la energía capaz de generar un ciclista durante el descenso.

Control

Un sistema de frenado es necesario en toda competencia *DH* para evi-

tar velocidades excesivas. El sistema de control implementado utiliza dos señales de entrada: una velocidad de referencia y la velocidad de la bicicleta. A partir de estas dos señales de entrada se controla la velocidad de la bicicleta por medio de una fuerza aplicada en el centro de masa del cuadro de la bicicleta. La figura 6 ilustra el diagrama de control utilizado en el análisis.

La velocidad de referencia, figura 8 es un archivo de datos con valores de velocidad seleccionados en forma tal que el ciclista no pierda su balance, es decir, que se mantenga sobre la pista y no caiga.

El factor de ganancia (K=70) usado en la figura 6, se eligió hasta conseguir una buena capacidad de control del sistema, debido a las diferentes clases de unidades en la entrada y salida del sistema (velocidad y fuerza). Los factores de ganancia usados de los siguientes diagramas de control se obtuvieron en forma similar.

Control de la estabilidad (balance)

Para mantener el equilibrio, el ciclista mueve su centro de masa con respecto a la bicicleta dependiendo del tipo de obstáculo que se presente. Uno de los recursos que el ciclista tiene para no caerse es hacer su cuerpo hacia atrás y de esta manera mover su centro de gravedad. La figura 9 muestra a dos ciclistas de *cross country (XC)* en una bajada inclinada. Las dos ciclistas tienen una postura que les da más control en este tipo de descenso.

En una competencia real el ciclista puede mover su cuerpo tan atrás que la cadera queda por detrás del asiento. Esto significa atrasar el centro de gravedad aproximadamente 0,3 metros. El ciclista modelado tiene 60 kilogramos de

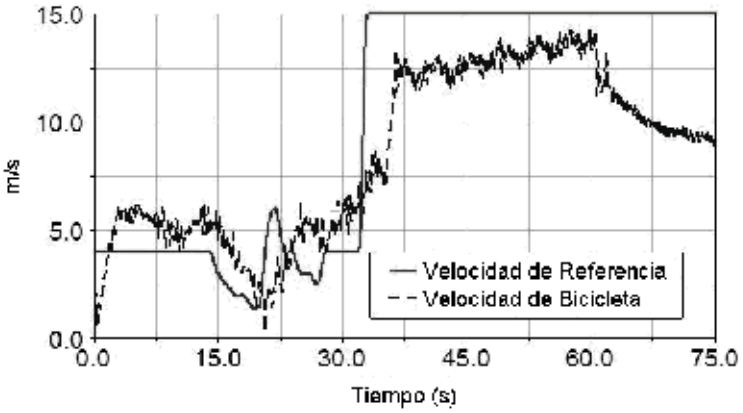

Figura 8. Comparación de la velocidad de referencia y la de la bicicleta.

Figura 9. Ciclistas en campeonato mundial de XC, Escocia, UK tomado de http://www.fattirefotos.com.

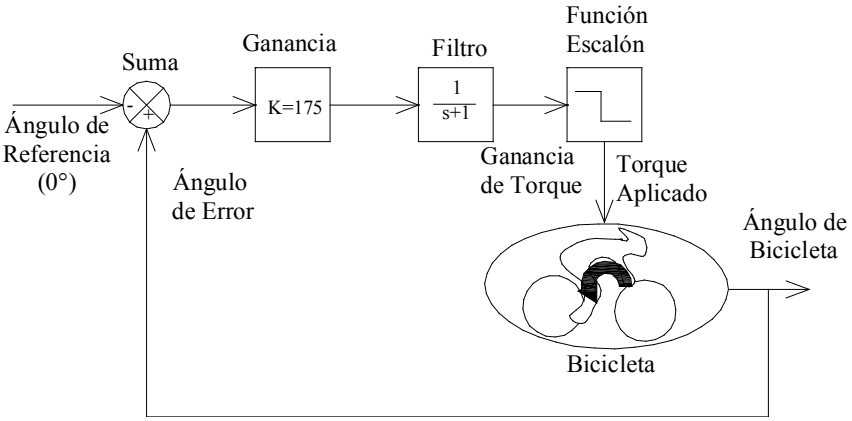

Figura 10. Diagrama de control utilizado para la estabilidad de la bicicleta.

peso, por lo que en caso de mover su cuerpo esta distancia, generaría un torque de 176,6 $N{\cdot}m$ comparado con su posición de descenso normal.

Para mantener el balance, se propone un control por medio de un momento aplicado al centro de masa del cuadro de la bicicleta. En el cálculo de la magnitud de este par, se monitorea el ángulo de inclinación del centro de masa del cuadro y se compara con la situación deseada (bicicleta horizontal). La figura 10 muestra el diagrama usado en el control del sistema.

La función escalón es necesaria, debido a que el ciclista nunca mueve su cuerpo hacia delante en una bajada. La figura 11 muestra el torque aplicado a la bicicleta.

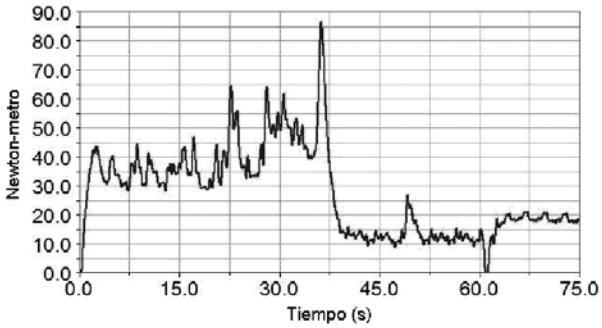

Figura 11. Par aplicado a la bicicleta para el control de estabilidad.

Control de estabilidad en saltos

Este sistema de control es similar al modelo presentado para el control de estabilidad, con algunas diferencias. Siendo la principal que el torque se aplica sólo cuando la bicicleta está en el aire. Nuestro supuesto es que con el uso de este control el ciclista siempre aterriza con las dos llantas en forma simultánea, aunque esto en general podría no coincidir con el caso real. La función escalón es sustituida por una función impulso que se activa sólo durante los saltos. También, el filtro ha sido eliminado para evitar el retraso de la señal. Para este sistema se ha añadido un lazo de control con la información de la velocidad angular. Esta señal ayuda a estabilizar el sistema en forma similar a un absorbedor en un sistema vibrante. La figura 12 muestra el diagrama de control usado durante los saltos.

La figura 13 muestra el torque aplicado a la bicicleta. Nótese en la gráfica que la magnitud del momento es cero en la mayor parte del tiempo, excepto en los saltos. Distinga además que el torque puede tomar tanto valores positivos como negativos.

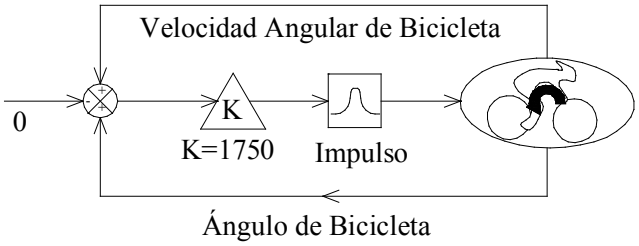

Figura 12. Diagrama de control utilizado durante los saltos.

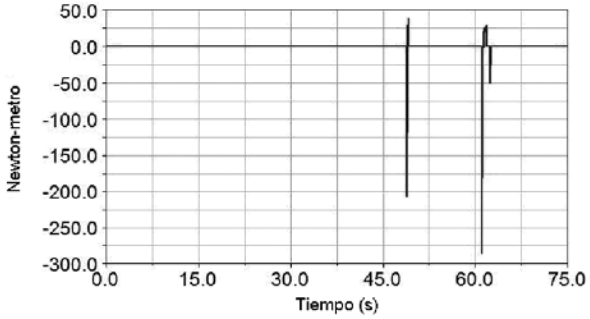

Figura 13. Par aplicado durante los saltos.

Con todos los parámetros descritos se construyó el modelo pasivo en el programa de simulación dinámica ADAMS®. En la siguiente sección se explicará como el modelo pasivo se transformó a un modelo semiactivo.

Índice de desempeño

El diseño de toda suspensión requiere principalmente la optimización de dos parámetros: 1) El confort y 2) La eficiencia dinámica. En la figura 14 se muestra un diagrama esquemático de una suspensión típica. La ec. (1) describe a este sistema.

$$m\ddot{y}_1 + c\dot{y}_{12} + ky_{12} = 0 \qquad (1)$$

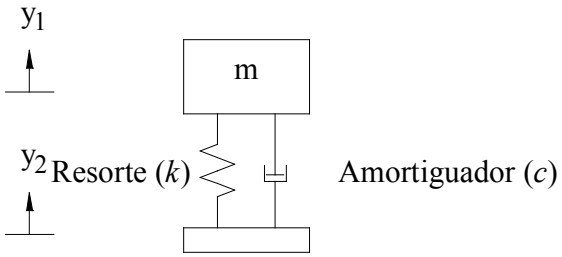

Figura 14. Diagrama esquemático de una suspensión.

El confort está asociado principalmente a las aceleraciones ($\ddot{y}_1$), debido a las irregularidades del camino. Por esta razón es necesario reducir lo más posible las aceleraciones en el manubrio y el eje de centro de la bicicleta, para así evitar el cansancio y entumecimiento de manos y pies. Así, con el propósito de maximizar el confort se requerirá una suspensión suave.

La eficiencia dinámica es afectada principalmente por las oscilaciones del cuadro (y_{12}, figura14). Mayores amplitudes de oscilación incrementan la posibilidad de perder el equilibrio y el contacto de las llantas con el suelo. Por lo tanto, el vehículo puede volcarse o patinar.

De forma contraria al confort, para obtener una máxima eficiencia dinámica se requiere una suspensión dura. Así pues, existe un tipo de conflicto entre la eficiencia dinámica y el confort. En otras palabras, se requiere un diseño específico de la suspensión dependiendo del tipo de aplicación (competencia o recreacional).

El objetivo de toda suspensión es maximizar, tanto como sea posible, alguno de los parámetros (confort o eficiencia dinámica) o una combinación de ellos, dependiendo de la aplicación del vehículo. Esta combinación se denomina índice de desempeño *J,* Salman *et al.*, (1990), y se define por la siguiente ecuación.

$$J = a\ddot{y}_1^2 + r^2(1-a)y_{12}^2 \qquad (2)$$

En ésta ecuación la constante a se selecciona dependiendo del tipo de suspensión y la constante r es utilizada para darle la misma ponderación al movimiento y a la aceleración ($r = \ddot{y}_{1rms}/y_{12rms}$). Los parámetros de confort y eficiencia dinámica en suspensiones son analizados en valores *rms,* que es la raíz cuadrada del valor medio cuadrado.

Algoritmo de Control Semiactivo

Las suspensiones para bicicletas de montaña son diferentes a otros tipos de suspensiones, debido a que el peso del ciclista es mayor que el peso de la bicicleta. Por esta razón, la masa del ciclista no puede ser despreciada como en el caso de la figura 14. Una representación esquemática del ciclista y la bicicleta se muestra en el modelo de dos grados de libertad de la figura 15.

En una situación práctica sería muy difícil medir el movimiento del ciclista, e incluso si esto fuera posible, no habría ninguna garantía de que el ciclista se comporte como un sistema lineal. Bajo esta consideración, se supone que el movimiento del ciclista es sustituido

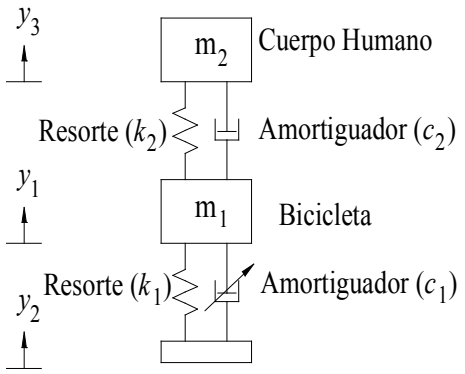

Figura 15. Diagrama esquemático del modelo ciclista y bicicleta.

por la fuerza que el ciclista aplica sobre la bicicleta. Esta fuerza es medida a través de un sensor en el modelo de control del sistema, como se muestra en el modelo de un grado de libertad de la figura 16.

El diagrama de la figura 16 puede ser modelado por la ec. (3).

$$m\ddot{y} + c\dot{y}_{12} + ky_{12} = -F \qquad (3)$$

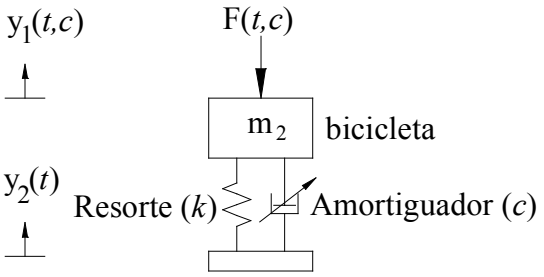

Figura 16. Modelo usado en el algoritmo de control.

Habrá que distinguir que el coeficiente de amortiguamiento en la ecuación (3) es una variable independiente, cuyo valor está definido por el rango finito de la ec. (4).

$$c_{\min} \le c \le c_{\max} \qquad (4)$$

Si se quiere obtener el mayor índice de desempeño continuamente, se puede buscar el coeficiente de amortiguamiento que minimice la ec. (2). Por ejemplo, un caso sería cuando se conocen todos los parámetros asociados a la suspensión de la bicicleta (m, k) y además se utilizan tres sensores; uno que mida la fuerza aplicada por el ciclista (F), y dos que midan el movimiento y la velocidad relativa de la suspensión

(y_{12} y $\dot{y}_{12}$). En este caso la única variable desconocida en la ecuación (3) será la aceleración. Resolviendo de la ec. (3), se obtiene,

$$m\ddot{y}_1 + c\dot{y}_{12} + ky_{12} = -F \;\therefore\; \ddot{y}_1 = -\frac{F + c\dot{y}_{12} + ky_{12}}{m} \qquad (5)$$

Este valor se sustituye en la ec. (2), con el propósito de resolver el problema de minimización para J con el coeficiente de amortiguamiento (c), como única variable.

Minimizar índice de desempeño *(J)*

$$J = \frac{a}{m^2}\left(F + c\dot{y}_{12} + ky_{12}\right)^2 + r^2(1-a)y_{12}^2 \qquad (6)$$

Sujeto a:

$$c_{\min} \le c \le c_{\max} \qquad (4)$$

En esta investigación, el problema de minimización se resolvió usando el método de la sección dorada, Vanderplaats (1999), cada 1,6 milisegundos para cada suspensión. A este algoritmo de control desarrollado, lo denominamos algoritmo de control MTB para facilitar su referencia.

Modelo Semiactivo

Antes de aplicar el control semiactivo a la bicicleta, se deben calcular las fuerzas (F_D, F_T) y las masas (M_T y M_D) aplicadas a cada suspensión, donde los subíndices D y T significan delantera y trasera, respectivamente. Estas dos variables dependen principalmente del ángulo θ que la bicicleta tiene con respecto a la horizontal, aquí se supuso que la línea que une a los ejes de la bicicleta es paralela a la pista. Con el objeto de calcular estas dos variables, se instalan dos nuevos sensores en el modelo de la bicicleta para medir las fuerzas aplicadas por el ciclista en el manubrio F_B y en los pedales F_P. Un sensor adicional mide el ángulo de la bicicleta con respecto a la horizontal. Estas fuerzas y el ángulo se muestran en la figura 17.

Usando condiciones de equilibrio al modelo de la figura 17, se obtienen las ecuaciones para calcular las fuerzas y las masas efectivas para cada suspensión.

Suspensión Delantera:

$$F_D=(0{,}834+0{,}899\tan\theta)F_B+(0{,}409+0{,}379\tan\theta)F_P \qquad (7)$$

$$M_D=5{,}51+6{,}54\tan\theta \qquad (8)$$

Suspensión Trasera:

$$F_T=(0{,}166-0{,}899\tan\theta)F_B+(0{,}591-0{,}379\tan\theta)F_P \qquad (9)$$

$$M_T=3{,}49-6{,}54\tan\theta \qquad (10)$$

Las ecs. (9) y (10) de la suspensión trasera deben ser modificadas, debido a que esta suspensión tiene un movimiento angular en lugar de uno lineal. También, el resorte y amortiguador de la suspensión trasera no están colocados en el punto de aplicación de la fuerza como en el caso de la suspensión delantera. La figura 18a muestra un diagrama esquemático para ilustrar esta situación de la suspensión trasera y la figura 18b muestra el detalle de la ubicación de la suspensión trasera con respecto al cuadro.

Para calcular las fuerzas y las masas efectivas en la suspensión trasera, se usó el modelo simplificado de la figura 18, se realizó un balance de energía cinética entre la masa real y la efectiva. La ec. (11) es el resultado de esta igualdad.

$$m_e = 10{,}8512\, m \qquad (11)$$

Aplicando la ecuación (11) a las ecuaciones (9) y (10), se obtiene:

$$F_R=(0{,}573-3{,}105\tan\theta)F_B+(2{,}041-1{,}309\tan\theta)F_P \qquad (12)$$

$$M_R = 39{,}71-74{,}41\tan\theta \qquad (13)$$

Donde F_R y M_R representan la fuerza real y la masa real, respectivamente.

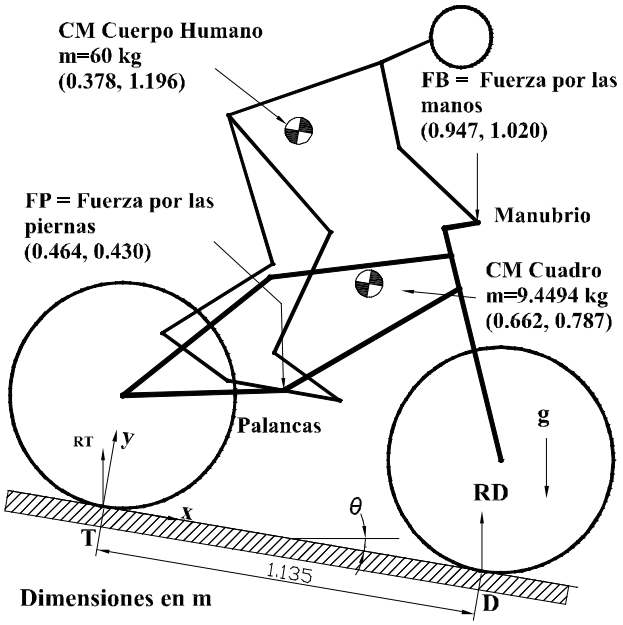

Figura 17. Diagrama esquemático del modelo ciclista-bicicleta.

Las ecs. (12) y (13) describen las fuerzas efectivas aplicadas a la suspensión trasera. Las ecs. (7), (8), (12) y (13) fueron calculadas específicamente para la bi-

cicleta analizada, sin embargo, pueden ser recalculadas para cualquier otra bicicleta con doble suspensión.

Una vez calculada la masa y la fuerza de cada suspensión, es posible aplicar el algoritmo de control semiactivo descrito (MTB). Los valores usados en la simulación se muestran en la tabla 5.

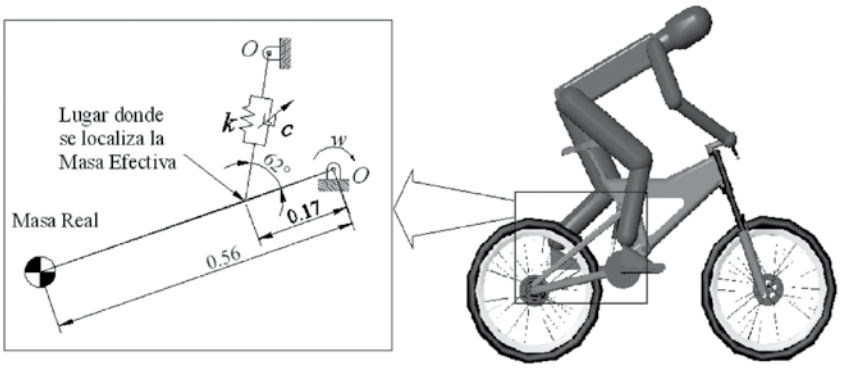

Figura 18. Diagrama esquemático de la suspensión trasera.

Tabla 5.
Constantes usadas en el algoritmo semiactivo.

Suspensión	c_{min} $N \cdot s/m$	c_{max} $N \cdot s/m$	a $P.U.$	r Hz^2
Delantera	184	530	0,2	510,41
Trasera	1103	6579	0,2	510,41

El proceso de simulación se realizó por medio de una interfase entre dos programas (ADAMS® y MATLAB®); en ADAMS® se realiza todo el análisis dinámico y en MATLAB® se realiza el control. El proceso de simulación se esquematiza en la figura 19. Una descripción más detallada del proceso de simulación y de la generación del algoritmo MTB la presenta Jáuregui (2005).

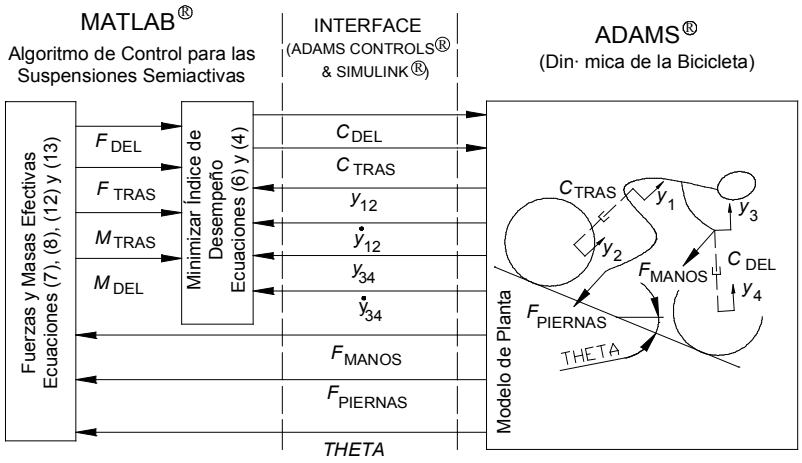

Figura 19. Proceso de simulación.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La simulación tiene una duración aproximada de 72 s, en los cuales el ciclista recorre la pista de competencia mostrada en la figura 5. Se desarrollan tres simulaciones dependiendo del tipo de suspensión utilizada: 1) Suspensión pasiva, 2) Suspensión semiactiva controlada por el algoritmo MTB y 3) Suspensión semiactiva controlada por el algoritmo Skyhook. La última simulación usa el algoritmo de control más popular en suspensiones semiactivas. El objetivo de implementar éste, es el de comparar el desempeño del algoritmo de control MTB que proponemos.

Con la finalidad de valorar el desempeño de las suspensiones semiactivas, se analizó el confort, la eficiencia dinámica, el índice de desempeño y el tiempo que cada suspensión requiere para recorrer la pista de competencia.

La tabla 6 muestra la aceleración vertical en *rms* que el centro de masa (CM) del cuadro tiene durante las simulaciones. Recordando que a mayor aceleración menor confort.

Se puede notar de la tabla 6, que el mejor tipo de suspensión es la semiactiva controlada por Skyhook, y el algoritmo MTB resultó con un desempeño pobre, incluso por debajo de la suspensión pasiva, debido a que con este algoritmo de control la suspensión alcanza en dos ocasiones su máximo recorrido, ocasionando un impacto interno y con ello fuerzas y aceleraciones de valores altos.

El siguiente parámetro analizado es la eficiencia dinámica de la suspensión. En esta categoría se toman las oscilaciones promedio de la suspensión delantera y trasera en *rms*. La tabla 7 muestra la eficiencia dinámica de las tres suspensiones analizadas.

Tabla 6.
Valores de confort para los diferentes tipos de suspensión.

Tipo de Suspensión	Aceleración (m / s^2)	Diferencia (m / s^2)	Porcentaje de Diferencia (%)
SKYHOOK	21,55	0	0
PASIVA	23,06	1,51	7,01
MTB	55,22	33,67	156,24

Tabla 7.
Eficiencia dinámica de las suspensiones.

Tipo de Suspensión	Oscilaciones (mm)	Diferencia (mm)	Diferencia Promedio (%)
MTB	22,15	0	0
SKYHOOK	23,3	1,15	5,19
PASIVA	24,3	2,15	9,71

En este caso el algoritmo MTB presentó la mejor capacidad de control. Se debe resaltar que durante las simulaciones, el modelo con menor problema de estabilidad fue el modelo semiactivo controlado por este algoritmo.

El índice de desempeño es uno de los parámetros más importantes en el diseño de cualquier suspensión. En el análisis de éste parámetro se tomó la suma del índice de desempeño de las dos suspensiones (delantera y trasera), pasado por un filtro pasa bajas y en *rms*. Esto se ilustra en la figura 20. La implementación de este filtro es necesaria, debido a que un ciclista en competencia real no es capaz de percibir señales instantáneas (50 Hz), él sólo percibe la acción de las vibraciones a bajas frecuencias.

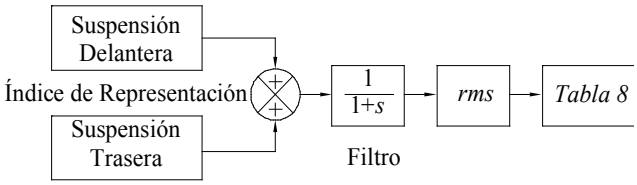

Figura 20. Proceso para calcular el índice de desempeño.

La tabla 8 muestra los resultados obtenidos para el índice de desempeño. Como puede verse de esta tabla, las suspensiones semiactivas ofrecen una mejora real ante las suspensiones pasivas. La suspensión semiactiva controlada por el algoritmo MTB, mejora en un 71% el índice de desempeño con respecto a una suspensión pasiva.

Tabla 8.
Índice de desempeño.

Tipo de Suspensión	Índice de desempeño P.U.	Diferencia P.U.	Porcentaje de Diferencia (%)
MTB	537,82	0	0
SKYHOOK	634,92	97,10	18,05
PASIVA	918,69	381,07	70,85

Como parámetro final se evalúa el tiempo que cada tipo de bicicleta requiere para completar su recorrido en la pista, esto se muestra en la tabla 9.

Como puede notarse de los resultados de la tabla 9, la suspensión más rápida es la controlada por el algoritmo MTB y la más lenta es la controlada por el algoritmo Skyhook. En cada caso se supone que el ciclista frena exactamente igual. Sin embargo, en una competencia real, un ciclista con mayor control y confort sobre la bicicleta podría tener ventajas que le permitirían tener mayor capacidad de desplazarse a mayores velocidades.

Tabla 9.
Tiempo obtenido por los tres diferentes tipos de suspensiones.

Tipo de Suspensión	Tiempo (s)	Diferencia (s)	Porcentaje de retraso (%)
MTB	72,82	0	0
PASIVA	73,03	0,21	0,29
SKYHOOK	75,57	2,75	3,78

CONCLUSIONES

Los resultados son muy alentadores con base en el desempeño dinámico y la respuesta general de la suspensión modelada virtualmente. Ya que el sistema propuesto es capaz de simular de manera conjunta al ciclista, la bicicleta y a una gran variedad de terrenos y obstáculos.

El modelo propuesto puede usarse para estudios dinámicos más complejos y en especial para probar modificaciones en este tipo de bicicletas de una manera rápida y sencilla, sin incurrir en los enormes gastos que implicaría realizar los mismos cambios de forma física. Ya que sería sencillo realizar una comparación entre nuestro modelo y otra bicicleta del tipo DH con el propósito de evaluar el índice de desempeño.

Las suspensiones semiactivas ofrecen una gran ventaja en contra de las suspensiones pasivas, debido

a que con ellas es posible incrementar el confort, la eficiencia dinámica y el índice de desempeño. Con estas mejoras los ciclistas pueden manejar más rápido, con mayor control y confort sobre sus bicicletas.

El rendimiento de las suspensiones semiactivas depende principalmente del algoritmo de control utilizado. Un esquema de control inadecuado dará como resultado un desempeño deficiente de la suspensión semiactiva, incluso por debajo de la suspensión pasiva. Por esta razón es de suma importancia tener un buen algoritmo de control, como el MTB, el cual funcionó mejor que el algoritmo SKYHOOK, teniendo una mejor capacidad de control en 3 de los 4 parámetros utilizados, aunque en el rubro de confort resultó con un desempeño pobre.

Como mejoras futuras del modelo, se pretende medir el confort y la eficiencia dinámica en la bicicleta DH real y comparar los datos obtenidos en esta investigación para así validar el modelo bicicleta-ciclista. También se tienen planes de extender este análisis a situaciones que involucren fluidos Magneto-Reológicos y así estar en la posibilidad de aplicar este algoritmo de control a una bicicleta real.

Reconocimientos:

Este trabajo recibió apoyo parcial de PROMEP a través del proyecto UGTO-CA-26 y del CONACYT No. Convenio 53139. El segundo autor agradece la beca de posgrado que recibió del CONACYT durante parte del desarrollo de la presente investigación.

REFERENCIAS

Ahmadian, M., Reichert, B. A., Song, X., Southward, S.C. (2000) *No Jerk Semi-active Suspension System*, Patent US6,115,658.

Åström K.J., Klein R.E., Lennartsson A. (2005) *Bicycles Dynamics and Control, IEEE Control Systems Magazine*: pp 26-47.

Breese, D. G., and Gordaninejad, F. (2003) Semi-Active, Fail-Safe Magneto-Rheological Fluid Dampers for Mountain Bicycles. *International J. Vehicle Design,* (en prensa)

Foes Racing. Octubre 2003, <HTTP://www.foesracing.com>

Hand R.S. (1988) *Comparisons and Stability Analysis of Linearized Equations of Motion for a Basic Bicycle Model.* MSc thesis, Cornell University, USA.

Jáuregui de la Mota R. (2005) *Modelado y simulación de una bicicleta con doble suspensión semiactiva*. Tesis de Maestría Universidad de Guanajuato 2005.

Karnopp, D. C. and Crospy, M. J. April 1974, *System for Controlling the Transmission of Energy between Spaced Members*, U.S. Patent 3,807,678.

Martínez-Martínez R., Aguilera-Cortés L.A., Serratos-Pérez J.N., Negrete-García M.C. 2002 Base de Datos Antropométricos y Maniquí Parametrizado. Herramientas para Diseño con criterios Ergonómicos. *Acta Universitaria* Vol. 12 (2) pp 40-47.

Muhich C.M., Wagner C.D., Sen M. (2004) Design of Bicycle Stabilizer, *Intern Report University of Notre Dame*, USA.

Salman M.A., Lee A., Boustany N.M. (1990) Reduced Order Design of Active Suspension Control. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*. Vol.112(4): 604-610.

Song X. (2003) An Adaptive semiactive control algorithm for vehicle suspension systems, in: *Proceedings of ASME*, IMECE2003-43566, November 15-21, Washington DC, USA, CD2003.

Suhr F.W., Reiss F. (1990) An advanced model of bicycle dynamics. European *Journal of Physics* 11(2): 116-21

Vanderplaats, G.N. 1999. *Numerical Optimization Techniques For Engineering Design.* Vanderplaats Research & Development Inc.

Wang E.L. (1999) To Dynamic Model System of an Off-Road Cyclist. Consultado Febrero de 2005 en: HTTP://biomech.me.unr.edu/wang/presentations/isb99_files/frame.htm

Wong J.Y. (1993). *Theory of Ground Vehicles*, Second Edition, Wiley Interscience.

Yavin Y. (1999) Stabilization and control of the motion of an autonomous bicycle by using a rotor for the tilting moment. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* (178):233-243.

View publication stats